

9-Д. Геодезиялық тораптарды теңестірудің коррелятық және параметрлік әдістері.

1. Геодезиялық тораптарды теңестіру

Алдын ала есептеуден кейін, теңестіру есептеріне кіріседі. Теңестірудің мақсаты болып анықталатын өлшемдердің жоғарғы сапасын алу, олардың дәлдігін арттыру және де өлшенген шамалар мен функцияларының дәлдіктерін бағалау табылады. Теңестіру есептері тек өлшеулер қажетті өлшеулерден көп есе артық болса ғана жүргізіледі. Геодезиялық тораптарды теңестірудің екі классикалық коррелятық және параметрлік әдістері бар.

1.1 Геодезиялық тораптарды теңестірудің коррелятық әдісі

Коррелятық әдісте есеп шартты экстремум функциясын $\sum p v^2 = \min$ көмекші белгісіздер – корреляттар көмегімен анықтауынан алынады.

Шартты теңдеулерді анықтайтын математикалық қатыстар, тордың бостығына немесе бос еместігіне байланысты. Егер тек керекті ғана бастапқы мәліметтер берілсе, тор бос деп есептелінеді. Триангуляцияда бұл бір ғана бастапқы пункт, тек екі бастапқы пункттердің координаттары немесе бір ғана бастапқы пункт ұзындығы және азимуты өлшенген бар торлар болып табылады.

Бос емес тораптар деп бастапқы мәліметтері өте көп болатын, яғни бірнеше пункттердің координаттары, екі немесе одан көп азимуттары және базисы бар тораптар аталады.

Тәуелсіз шартты теңдеулердің санын және түрін анықтау үшін келесі формулалар берілген:

$$\left. \begin{aligned} \text{теңдеулердің барлығы } S_n &= D^* - 2k - t; \\ \text{фигура теңдеулері } f &= D - p - t + 1; \\ \text{полюс теңдеулері } c &= p - 2n + 3; \\ \text{базис теңдеулері } r_b &= k_b - 1; \\ \text{дирекциондық бұрыш } r_D &= k_D - 1; \\ \text{абсцисса және ордин } r_{X,Y} &= 2(k_{X,Y} - 1), \\ \text{мұнда } D^* &= D + k_\alpha + k_S. \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

D – тордағы өлшенген бағыттардың саны;

k_α және k_S – қосымша өлшенген бағыттар саны, бірақ координаттар бойынша қабырғалары және азимуттары есептеліп берілген;

n – тораптағы барлық пункттердің саны;

k – анықталынып жатқан пункттер саны;

t – бұрыштары өлшенген пункттер саны;

p – тораптағы барлық қабырғалар саны;

k_S – өлшенген және координаттар бойынша өлшенген базистік қабырғалардың жалпы саны;

k_D – азимуттары өлшенген және координаттар арқылы есептелінген дирекциондық бұрыштардың жалпы саны;

kX, Y – бастапқы пункттердің жеке топтарының саны, олардың өзара бір бірімен қабырғалары байланыссыз.

Жеке топ немесе тек бір пункттен, немесе координаттары берілген бірбірімен байланысқан көршілес пункттер қатарынан тұруы мүмкін.

Шартты теңдеулерді құрастыру және шартты теңдеулердің бос мүшелерінің өлшемдерін анықтау.

Пішін шарты барлық бұрыштары өлшенген және көпбұрыштың бұрыштар суммасы келесідей болатын жабық геометриялық фигураларда пайда болады,

$$\sum \beta = 180^\circ (n-2) \quad (50)$$

мұнда n – көпбұрыштың төбелер саны.

Бірақ өлшеу қателеріне байланысты бұрыштар суммасы n , өлшенген шамалардан тұратын теориялық берілімдерге тең болмайды.

Үшбұрыштың фигуралар шарты, бұрыштар суммасы егер барлық өлшенген бұрыштарға (1), (2), (3) түзету енгізсе 180° -қа тең болып сақталады,

$$(1)+(2)+(3) = w \quad (51)$$

мұнда w – үшбұрыштық келіспеушілік

$$w = 180^\circ - (1+2+3) \quad (52)$$

Полюстық шарты. Полюстық шарттар центрлік жүйеде және геодезиялық төртбұрыштарда пайда болады. Теңестірілген тораптағы әртүрлі үшбұрыштардан шығарылған екі рет есептелінген, бір қабырғаның ұзындығы тең болуы керек. Полюс шартын құрастырғанда басында полюс таңдалып алынады. Геодезиялық төртбұрышта – бұл доғал бұрыш төбесі, центрлік жүйеде – орталық пункт.

Полюстік шарт қабырғалар қатынасын құрайды, полюс нүктелерінен шығады, бір қабырғадан басталып және сол қабырғамен аяқталады. Содан кейін қабырғалар қатынасын берілген үшбұрыштардың қарама- қарсы бұрыштардың синустар қатынасына ауысып алынады және бөлімінде үшбұрыштары бұрыштарын β_i және β_j деп белгілеп, ал Π_1 және Π_2 – бұрыштар өлшенген шамаларының синустардың көбейтіндісін полюстік шартты теңдеуі жазылады:

$$\sum ctq\beta_i(\beta_i) - \sum ctq\beta_j(\beta_j) + w = 0, \quad (53)$$

$$w = \frac{\Pi_1 - \Pi_2}{\Pi_1} \rho'' \quad (54)$$

Бақылау: түзетулердегі коэффициент суммалары нольге тең болу керек.

Бағыттарды теңестіргенде бұрыштардың түзетулері бағыттардың түзету айырмасымен ауыстырылады: плюс болса – оң жақ, ал бағыттың түзетуі минус болса – сол жақ болады.

Полюстік шарттың бос мүшелері геодезиялық төртбұрыштарда және орталық жүйеде мынадан көп болмау керек:

$$w_{don} = 2,5m'' \sqrt{\sum ctq^2 \beta} \quad (55)$$

мұнда $\sum ctq^2\beta$ - үшбұрыштың байланысқан бұрыштарының котангенс квадратының суммасы.

Базистік шарт торда бастапқы қабырғалар саны көп болып жатса пайда болады және теңестірілген торда бастапқы қабырғаның есептелінген шамасы үлкен дәлдікпен өзінің берілген шамасына тең болу керек.

$$\sum ctq\beta_i(\beta_i) - \sum ctq\beta_j(\beta_j) + w = 0, \quad (56)$$

Мұнда $w = \rho'' (S'23 - S23)/S'23$;

$S'23 = S12 (\Pi1/\Pi2)$.

Мұнда β_i және β_j деп үшбұрыштың алымы мен бөліміндегі бұрыштар белгіленген. Алымының бұрыштары анықтама қабырғаларына қарсы, ал бөлімінің бұрыштары бастапқы қабырғаларына қарсы жатады.

Π_1 және Π_2 – бұрыштардың өлшенген шамаларының алымы және бөлімінің синустар көбейтіндісі. Бағыттарды теңестіргенде бұрыштағы түзетулерді бағыттардың түзетулерінің айырмасына алмастырады.

Базистік шарттың бос мүшесін және коэффициентін шығару алдына оны теңестірген бұрыштардың синустары арқылы жазады.

Базистік шартты бос мүшесінің мөлшері формула бойынша шығарылған өлшемнен аспауы керек.

Дирекциондық бұрыштардың шартты теңдеуі тораптағы бастапқы дирекциондық бұрыштардың саны көп болса пайда болады. Дирекциондық бұрыштардың шартын құрастырғанда үшбұрыштардың бұрыштар арасы арқылы өтетін сызығын таңдайды, олар бір бастапқы бағыттық дирекциондық бұрыштан екінші бастапқы бағыттық дирекциондық бұрышына дирекциондық бұрышы тапсырады.

$$w = 2,5 \sqrt{\left(\frac{b_2}{\rho} m\right)^2 \sum ctq^2 \beta + 2m_b^2} \quad (57)$$

$$(C1) + (C2) + w = 0 \quad (58)$$

$$w = C'1 + C'2 - (\alpha 2 - \alpha 1),$$

мұнда $C'1$ және $C'2$ – өлшенген бұрыштар

$$w_A = 2,5 \sqrt{m^2 n + 2m_\alpha^2}, \quad (59)$$

мұнда m_α - Лаплас пункттеріндегі азимуттардың дәл өлшемдері, 1.1".

1.2 Геодезиялық тораптарды теңестірудің параметрлік әдісі

Геодезиялық торларды теңестірудің барлық әдістерінен ең ыңғайлысы – параметрлік, ол компьютер арқылы оңай орындалады.

Параметрлік әдісте абсолюттік экстремумге есеп шығарылады, яғни $\min 2 = \sum r_{ij}$ функцияның минимумын табу керек. Белгісіздер болып функцияларында барлық өлшенген өлшемдері бар белгісіздер параметрлері алынады. Бұл жағдайда түзетпе теңдеулерін құрастырады, теңдеуден ең бірінші бұл параметрлерге түзетпе табады, содан кейін өлшенген өлшемдердің түзетпелерін табады.

Түзетпелердің теңестірілуі өлшенген өлшемдер түзетулер мен параметрлердің жақындатылған мөлшерлеріндегі түзетулер арасындағы байланысын анықтайды.

Триангуляция тораптарын теңестіру параметрлік әдісіне келесідей теңестіру есептерінің тізбегі беріледі:

- анықталатын пункттердің жақындатылған координаттарын жоғары дәлдікпен есептеу;
- барлық қабырғаларының жақындатылған дирекциондық бұрыштарын кері геодезиялық есеп арқылы шығару;
- координат түзетулерінің нормаль теңдеулерін құрастыру және есептеу;
- пункт координаттарының соңғы мәндерін есептеу, олардың жақындатылған мәндерінің түзетулері енгізіледі;
- станциядағы ориентир түзетулерін есептеу және өлшенген бағыттардың түзетулерін есептеу, үшбұрыштардың соңғы есебі;
- дирекциондық бұрыштарды есептеу, координаттарды есептеу және анықталатын пункттердің координаттарын екінші рет анықтау;
- тордың теңестірілген элементтерінің параметрлік бағалауы.

Бағыттарға арналған түзетулердің параметрлік теңдеулерін құру

Өлшенген бағыттардың түзету теңдеулері:

$$v_{ik} = -\delta z_0 - a_{ik}\xi_i - b_{ik}\eta_i + a_{ik}\xi_k + b_{ik}\eta_k + l_{ik}, \quad (60)$$

мұнда i, k - анықталатын пункттердің нөмері,

δz_0 - i пунктіндегі z_i ориентир бағытын түзету;

a_{ik} және b_{ik} - түзетудегі теңестіру коэффициенті;

$\xi_{i(k)}$ және $\eta_{i(k)}$ - жақындатылған координаттардың түзетулері, дециметрмен берілген;

$$\xi = 10\delta x, \quad \eta = 10\delta y,$$

мұнда $\delta x, \delta y$ - пункттер координаталардың түзетулері, метрмен берілген;

l_{ik} - түзетулер теңдеуінің бос мүшесі.

Түзетулер теңдеуінің a_{ik} және b_{ik} коэффициенттері және l_{ik} бос мүшесі келесі формуламен анықталады

$$\left. \begin{aligned} a_{ik} &= -20.6265 \frac{\sin \alpha_{ik}^0}{S_{ik}}, \\ b_{ik} &= +20.6265 \frac{\cos \alpha_{ik}^0}{S_{ik}}, \\ l_{ik} &= z_{ik}^0 - z_i^0, \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

мұнда

$$z_0 = \frac{1}{n} \sum_1^n z_{ik}, \quad (62)$$

$$z_{ik} = \alpha_{ik}^0 - N'_{ik}, \quad (63)$$

мұнда

N'_{ik} - өлшенген бағыттың мәні;

n - пункттегі өлшенген бағыттардың саны.

Кері бағытқа теңдеу келесідей болады:

$$v_{ki} = -\delta z_0 - a_{ki}\xi_{ki} - b_{ki}\eta_k + a_{ki}\xi_i + b_{ki}\eta_i + l_{ki}, \quad (64)$$

Тура және кері бағыттардың түзету теңдеулерінде белгілері және коэффициенттер мөлшерлері бір аттас түзетулерде бірдей жұп болады:

$$a_{ik} = -a_{ki}, b_{ik} = -b_{ki}.$$

Әр пункттегі бос мүшелердің есептелуінің бақылауы келесі шарттай болады $\sum_1^n l_{ik} = 0$.

Егер өлшемдер бастапқы пункттегі бастапқы пунктке жүргізілсе, түзету теңдеуі келесідей:

$$v_{ik} = -\delta z_i + l_{ik}. \quad (65)$$

Егер өлшемдер анықталатын іпунктінен k бастапқы пунктіне жүргізілсе, онда $v_{ik} = -\delta z_0 - a_{ik}\xi_i - b_{ik}\eta_i + l_{ik}$, (66)

Егер і- бастапқы, k- анықталатын пункт болса,

$$v_{ik} = -\delta z_0 + a_{ik}\xi_k + b_{ik}\eta_k + l_{ik}. \quad (67)$$

Дирекциондық бұрыштардың түзету теңдеулері.

$$v_{ik} - a_{ik}\xi_i - b_{ik}\eta_i + a_{ik}\xi_k + b_{ik}\eta_k + l_{ik}, \quad (68)$$

Болып беріледі және бағыттардың түзету теңдеулерінен ориентир бұрышындағы түзетулердің жоқтығымен ерекшеленеді.

a_{ik} және b_{ik} коэффициенті формулалар бойынша шығарылады, ал бос мүшесі $l_{ik} = \alpha_{ik}^0 - \alpha'_{ik}$, мұнда α_{ik}^0 - жақындатылған координаттармен есептеледі, α'_{ik} - дирекциондық бұрыштың өлшенген мәні.

Өлшенген қабырғалардың түзетпе теңдеулері.

Трилатерация және полигонометрия геодезиялық торда қабырғалар, триангуляция торында базистік қабырғалары өлшенеді. Жазықтыққа шоғарланған барлық қабырғалар үшін теңдеулер арқылы түзетулерін анықтайды. Анықталатын пункттер арасындағы өлшенген қабырға болса, түзету теңдеуі келесідей

$$v_{ik} = -c_{ik}\xi_i - d_{ik}\eta_i + c_{ik}\xi_k + d_{ik}\eta_k + l_{ik}. \quad (69)$$

c_{ik} және d_{ik} - түзету теңдеулерінің коэффициенті. Олар келесі формуламен анықталады

$$\left. \begin{aligned} c_{ik} &= \frac{x_k^0 - x_i^0}{S_{ik}^0} = \cos \alpha_{ik}^0, \\ d_{ik} &= \frac{y_k^0 - y_i^0}{S_{ik}^0} = \sin \alpha_{ik}^0. \end{aligned} \right\} \quad (70)$$

түзету теңдеуінің бос мүшесі мынаған тең:

$$l_{ik} = S_{ik}^0 - S'_{ik}. \quad (71)$$

S_{ik}^0 - жақындатылған координаттармен есептелінген қабырға ұзындығы;

S'_{ik} - жазықтыққа шоғырланған және өлшемдерден алынған қабырға ұзындығы.

Түзетулер теңдеуінің коэффициентін есептегеннен кейін, осы теңдеулердің жүйесін құрастырады. Олардан нормаль теңдеулерге ауысады, оларды есептеп, ξ және η белгісіздерді табады, олар тордағы өлшенген өлшемдердің түзетулерін есептеуге мүмкіндігін береді.

Бақылау сұрақтары:

1. Алдын ала есептереулердің негізгі этаптарын атаңыз.
2. Өлшенген бағыттарға келесідей түзетулер: центрлеу, редукция, жазықтағы геодезиялық түзету көрінісінің қисықтығы не үшін енгізіледі?
3. Коррелаттық әдіспен триангуляция торын теңестіру кезінде қандай шартты теңдеулер құрастырылады?
4. Геодезиялық төртбұрышқа полюстық шартты теңдеуін жазыңыз.
5. Параметрлік әдіспен триангуляция торын теңестіру кезіндегі анықталған пункттен анықтау пунктіне өлшеп, бағыттың түзету теңдеуін жазыңыз.